

Application des courants fermés par choc aux mesures électriques.

Par

K. Prytz.

(Présenté dans la séance du 22 mai 1896.)

En vue de mesures électriques et surtout dans les cas auxquels le galvanomètre balistique est applicable, j'ai construit l'appareil que voici. Un corps métallique est suspendu en pendule et isolé. A peu près au niveau du centre de percussion de ce pendule, on a tendu horizontalement une corde métallique mince, fixée par une extrémité; l'autre bout de la corde passe sur une poulie et se termine par un poids qui tient la corde tendue. Cette corde tendue est perpendiculaire au plan d'oscillation du pendule, et touche juste ce dernier dans sa position d'équilibre. Fait-on osciller le pendule, au bas de chaque chute il heurtera la corde, et celle-ci le repoussera; par conséquent ses oscillations seront d'amplitude inégale dans les deux sens; mais les oscillations sont isochrones, avec la même approximation que dans les oscillations ordinaires. Le temps T d'une oscillation complète est la somme du temps t d'une oscillation ordinaire du pendule et d'un temps ϑ dépendant de la longueur et de la tension de la corde. On trouve

$$T = t + \vartheta, \quad t = \pi \sqrt{\frac{I}{Mg}}, \quad \vartheta = \pi \sqrt{\frac{I}{Mg + \frac{4M_1 g b^2}{l}}},$$

où I constitue le moment d'inertie du pendule, M sa masse, a et b les distances respectives de l'axe au centre de gravité et au centre de percussion, M_1 la masse du poids tenseur, et l la longueur de la corde, dont la masse est supposée négligeable vis-à-vis de celle du pendule.

En laissant tomber le pendule vers la corde et le rattrapant ensuite au retour, on l'aura amené en contact avec la corde durant un temps égal à ϑ , pourvu que la corde ne fasse de vibrations propres: ces dernières pourront passagèrement supprimer le contact pendant le mouvement commun et provoquer un contact peu de temps après que le pendule, quittant sa position d'équilibre, aura commencé son retour. Cependant on peut éteindre complètement ces vibrations propres, par exemple, en enduisant d'une mince couche de caoutchouc la corde sur la plus grande partie de sa longueur. En ce cas on peut obtenir ainsi entre pendule et corde un contact de durée constante et faire varier ce temps dans des limites assez étendues. L'effet de cet amortissement se constate en ce qu'on ne perçoit pas de vibrations sonores pendant les oscillations; toutefois j'ai pu aussi observer cet amortissement en reliant pendule et corde chacun à un pôle de pile et en intercalant dans le circuit un téléphone et une grande résistance. Si les vibrations de la corde étaient amorties, on entendait dans le téléphone pour chaque oscillation complète deux claquements faibles répondant à la fermeture du courant et à l'interruption qui suivait; si les vibrations de la corde n'étaient pas amorties et que le pendule n'en heurtât pas le milieu, on entendait une crépitation, indice distinct d'interruptions du courant par des causes étrangères. Ce bruit disparaissait quand on amortissait les vibrations de la corde en la touchant seulement près de ses extrémités avec du caoutchouc mou. Le pendule heurtait-il le milieu de la corde, l'amortissement n'exerçait, il est vrai, que peu d'action sur les bruits du téléphone; mais l'expérience montre avec assez de clarté que l'amortissement a l'effet voulu, c'est-à-dire

d'assurer le contact durant le temps pris pour durée du contact. Si donc le pendule et la corde sont reliés chacun à un pôle de pile, on obtiendra la mesure d'un temps court et constant de la fermeture du courant, pourvu qu'on ait intercalé assez de résistance pour empêcher la formation d'une étincelle d'interruption ayant une longueur perceptible.

Un pareil mesurage d'un temps constant de contact peut trouver son application dans diverses mesures électriques. L'essentiel sera de décider jusqu'où l'on peut compter sur la constance du temps de contact. Sur ce point j'ai fait plusieurs observations qui toutes ont montré qu'en amortissant les vibrations propres de la corde on obtient un résultat très satisfaisant. A titre d'exemple je vais communiquer ci-dessous une série d'observations. Le pendule consistait en une boule de laiton suspendue à une tige de laiton et en un fragment de ressort dressé, placé entre deux morceaux d'ébonite, au-dessus desquels il était relié à un serre-fils. La boule avait un diamètre de $4^{\text{cm}},74$ et son centre était à 32^{cm} du point de suspension. La durée de l'oscillation était de $0^{\text{sec}},47$. A peu près au niveau du centre de la boule on avait tendu, au moyen d'un poids de 5 kilos, un fil d'acier épais de $0^{\text{mm}},5$, long de $45^{\text{cm}},5$ et relié à un second serre-fils. Entre ce dernier et celui du pendule on intercala un couple Daniell, une résistance de 50000 ohms et un galvanomètre balistique à miroir (système Deprez-d'Arsonval et fourni par Hartmann et Braun, de Francfort-sur-le-Mein). La résistance du galvanomètre était de 1900 ohms et la durée d'une simple oscillation $10^{\text{sec}},5$. Les vibrations propres de la corde étaient amorties par le fait que cette dernière était revêtue de deux morceaux de tube de caoutchouc mince recouvrant la plus grande partie de la corde; seul le milieu où portait le pendule, était nu.

On écarta le pendule jusqu'à ce qu'il rencontrât un arrêt fixé à une distance convenable de la corde; puis on relâcha le pendule qui, repoussé par la corde, fut rattrapé et ramené au

repos sans toucher de nouveau la corde. Voici les arcs d'impulsion du galvanomètre relevés dans 20 observations successives de cette espèce :

14,53	14,53	14,53	14,53	14,525	14,53	14,535	14,53
14,53	14,535	14,54	14,54	14,54	14,535	14,54	14,535
14,54	14,535	14,54	14,54 ^{cm.}				

Pendant les mesures, l'arc d'impulsion s'est accru d'environ 14,53 à 14,54, ce qui dénote une faible diminution de la tension de la corde. Cependant, cette tension supposée constante, voici la moyenne qu'on aura pour les arcs d'impulsion mesurés :

14,5345.

Les valeurs numériques observées font trouver que l'erreur probable de chaque observation est 0,003, soit 0,2 pour mille; par conséquent, l'erreur moyenne de chaque observation devient 0,3 pour mille. Le plus grand écart de la moyenne est 0,0095, soit près de 0,6 pour mille.

Une durée de contact (de 0^{sec,1} dans le susdit cas) mesurée avec cette exactitude peut s'appliquer avantageusement à diverses mesures électriques. La valeur du courant fermé par un tel contact sera donnée par la formule suivante

$$i = \frac{E}{r} \left(1 - e^{-10^9 \frac{r}{L} t} \right) = \frac{E}{r} \left(1 - e^{-\frac{r}{B} t} \right),$$

où E est la force électromotrice en volts de la pile, r la résistance du conducteur en ohms, t le temps et $L = 10^9 B$ le coefficient de self-induction dans le circuit. Pendant la durée du choc ϑ , aura lieu l'émission d'une quantité d'électricité

$$Q = \int_0^{\vartheta} i dt = \frac{E}{r} \vartheta - \frac{EB}{r^2} \left(1 - e^{-\frac{r}{B} \vartheta} \right).$$

Dans ladite formule, $\frac{E}{r} \vartheta$ est la quantité d'électricité Q_0 qui serait émise pour $L = 0$; par conséquent, le dernier membre est la diminution produite par la self-induction; ce membre acquerra une importance croissant quand ϑ diminue. C'est pourquoi, ϑ étant suffisamment petit, on trouvera une différence

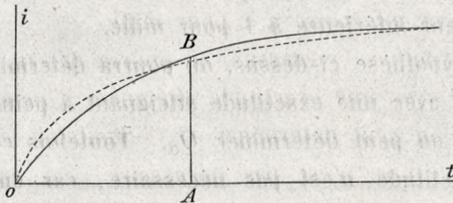
notable pour l'arc d'impulsion d'un galvanomètre introduit dans le circuit, si l'on remplace un conducteur sans induction par un conducteur ayant la même résistance et une self-induction considérable. C'est ce que j'ai vérifié à l'aide du fil induit d'une bobine de Ruhmkorff dont la résistance était d'environ 56000 ohms; pour une durée de choc $\vartheta = 0^{\text{sec}},1$, la self-induction fit baisser l'arc d'impulsion de 28^{cm} à $17^{\text{cm}},40$ et, pour $\vartheta = 0,075$, de 21^{cm} à $10^{\text{cm}},77$.

Dans ces mesures, le fil primaire était interrompu; en le fermant par une résistance faible, on faisait monter les arcs d'impulsion respectivement jusqu'à $19^{\text{cm}},71$ et $13^{\text{cm}},30$. Cette augmentation de la quantité d'électricité grâce à l'induction mutuelle des deux fils, se faisait encore sentir par un courant de choc durant $0^{\text{sec}},19$, tandis que la différence disparaissait quand la durée du choc devenait de $0^{\text{sec}},23$. Pour une durée de choc d'environ $0^{\text{sec}},005$, l'arc d'impulsion triplait quand on fermait le fil primaire. L'augmentation pour cent Δ produite par la fermeture du fil primaire, se trouve indiquée dans la table ci-dessous pour des durées de choc ϑ différentes :

$\vartheta =$	0,005	0,075	0,1	0,23 sec.
$\Delta =$	200	23,5	2,3	0 pour cent.

Ces expériences montrent qu'on pourra utiliser la durée courte et constante du choc pour étudier ce qui se passe pendant qu'un courant électrique est en train d'atteindre sa valeur constante. Quand on ferme le courant, l'intensité du courant commencera de croître d'une manière qui dépendra de la force électromotrice de la pile ainsi que de l'induction. Supposons que cette augmentation soit représentée par la courbe pleine de la figure ci-jointe, où le temps représente l'abscisse, et la valeur du courant l'ordonnée. Quand $t=0$, le contact aura lieu entre pendule et corde, et ils se sépareront de nouveau pour le temps $OA = \vartheta$, après quoi la résistance croîtra jusqu'à l'infini pendant un temps fort court comparativement à ϑ , pourvu qu'il ne se produise pas d'étincelle d'interruption per-

ceptible (et la possibilité en sera exclue par les grandes résistances et les faibles forces électromotrices mises en jeu); c'est pourquoi on peut admettre que la quantité d'électricité émise



est exprimée par l'aire OBA . Aussi, en mesurant les quantités d'électricité pour différentes durées de choc connues, pourra-t-on construire la courbe qui représente l'augmentation du courant. Comme on le mentionnera plus tard, le temps ϑ se laisse déterminer avec une exactitude satisfaisante.

En faisant passer dans une bobine un pareil courant de choc, on peut déterminer la valeur absolue du coefficient de self-induction de cette bobine. La méthode consiste à mesurer la quantité d'électricité Q , lancée par une pile constante à travers la bobine dans un temps de choc de durée convenable, ainsi que la quantité Q_0 que la même pile transmet dans le même temps à travers un conducteur sans induction et ayant la même résistance que la bobine. D'après l'équation de la page 365 on a

$$Q = Q_0 - \frac{BE}{r^2} (1 - e^{-\frac{r}{B}\vartheta}).$$

Pour des valeurs de ϑ qui sont assez grandes pour rendre $e^{-\frac{r}{B}\vartheta}$ négligeable, la différence $Q_0 - Q$ se montrera indépendante de ϑ . Si donc, en admettant cela, on mesure Q et Q_0 , on aura

$$B = 10^{-9}L = \frac{r^2}{E} (Q_0 - Q).$$

Veut-on, par exemple, $e^{-\frac{r}{B}\vartheta} < \frac{1}{1000}$, la condition existera, si $\frac{r}{B}\vartheta \geq 7$, ce qui amènera $Q_0 - Q < \frac{1}{7} Q_0$. Si donc on pro-

portionne r ou \mathcal{B} de manière que la différence entre les deux quantités d'électricité mesurées soit égale ou inférieure à $\frac{1}{7}$ de la plus grande quantité d'électricité, obtenue au moyen de la résistance sans induction, l'équation ci-dessus sera applicable avec une erreur inférieure à 1 pour mille.

Dans l'hypothèse ci-dessus, on pourra déterminer la différence $Q_0 - Q$ avec une exactitude atteignant à peine $\frac{1}{7}$ de celle avec laquelle on peut déterminer Q_0 . Toutefois cette diminution de l'exactitude n'est pas nécessaire, car en se servant d'approximations successives on peut utiliser des valeurs de $Q_0 - Q$ excédant $\frac{1}{2} Q_0$. En effet, on a

$$\frac{r\mathcal{B}}{B} = \frac{Q_0}{Q_0 - Q} \left(1 - e^{-\frac{r\mathcal{B}}{B}}\right).$$

Si l'on prend cette voie pour calculer les valeurs a_0, a_1, a_2 , etc., pour $\frac{r\mathcal{B}}{B}$, en posant respectivement l'exposant = 0, $-\frac{Q_0}{Q_0 - Q}$, $-\frac{Q_0}{Q_0 - Q} \left(1 - e^{-\frac{Q_0}{Q_0 - Q}}\right)$, etc., on aura

$$a_n = \frac{Q_0}{Q_0 - Q} \left(1 - e^{-a_{n-1}}\right).$$

Cette équation permet de calculer une valeur de $\frac{r\mathcal{B}}{B}$ suffisamment exacte pour trouver B de l'équation

$$B = \frac{r^2}{E \left(1 - e^{-\frac{r\mathcal{B}}{B}}\right)} (Q_0 - Q).$$

Je citerai à titre d'exemple une mesure que j'ai faite de la self-induction dans le fil induit d'une bobine de Ruhmkorff (longue de 14^{cm}). La résistance du circuit entier était bien près de 5000 ohms (celle de la bobine env. 3000), la durée du choc était d'environ 0^{sec},005. Trois couples Daniell produisirent dans le galvanomètre balistique un arc d'impulsion de 8^{cm},69; en remplaçant la bobine par un conducteur sans induction et ayant la même résistance, on produisait un arc d'impulsion de 21^{cm},00. De là il s'ensuit

$$\frac{Q_0}{Q_0 - Q} = \frac{21,00}{12,31} = 1,7059,$$

ce qui donne la série de valeurs suivante :

$a_0 = 1,7059$, $a_1 = 1,3961$, $a_2 = 1,2836$, $a_3 = 1,2339$, $a_4 = 1,2089$,
 $a_5 = 1,1967$, $a_6 = 1,1904$, $a_7 = 1,1871$, $a_8 = 1,1855$.

Si l'on se contente de l'exactitude donnée par a_8 , on aura, après avoir introduit la constante du galvanomètre,

$B = 18,94$, $L = 1,894 \cdot 10^{10}$.

Si l'on augmentait de 20000 ohms sans induction la résistance du circuit, la différence des arcs d'impulsion résultant du remplacement de la bobine par une résistance sans induction, se réduisait à 0^{em},70. Par cette différence on trouva pour L la valeur $1,9 \cdot 10^{10}$, ce qui concordait bien avec le résultat dû au courant de beaucoup plus intense. Le noyau de fer enlevé à la bobine, le coefficient de self-induction se trouva réduit à $3,5 \cdot 10^8$.

Je crois cette méthode susceptible d'une exactitude satisfaisante, surtout si l'on fait une série continue d'observations, en intercalant à tour de rôle la bobine et la résistance sans induction. La petitesse des coefficients qu'on peut déterminer, dépendra essentiellement du peu de durée des contacts suffisamment constants qu'on pourra produire ; à en juger d'après des expériences provisoires, je pense qu'on peut en obtenir au moyen de chocs entre des corps plus ou moins compacts.

C'est la différence $Q_0 - Q$ qu'on observe à la fermeture du courant, lorsqu'à l'aide du galvanomètre différentiel on compare la résistance d'une bobine avec celle d'un conducteur qui est sans induction.

M. Herwig a déterminé le coefficient de self-induction d'une bobine en plaçant cette dernière dans un circuit d'un galvanomètre différentiel¹⁾, l'autre circuit contenant une résistance sans induction mais égale à celle de la bobine. L'aimant arrivé au repos après la fermeture du courant, on interrompait ce dernier, ensuite on mesurait l'arc d'impulsion produit, à

¹⁾ *Wiedem. Annalen*, vol. 7, p. 488, 1879.

cause de la self-induction, par cette interruption. De toutes les méthodes que je connaisse, celle de M. Herwig est en principe celle qui se rapproche le plus de la mienne, dont voici quelques avantages: 1° on évite la fermeture permanente du courant et par conséquent l'échauffement qui en résulte dans les conducteurs; 2° on peut se servir d'un galvanomètre à fil unique; 3° on peut déterminer immédiatement la constante et la self-induction du galvanomètre à l'aide du même appareil qu'on emploie pour les mesures, si l'on connaît la durée du choc (voir p. 371).

M'étant attendu au résultat contraire, j'ai été d'abord un peu surpris d'observer, comme je l'ai dit ci-dessus, que la quantité d'électricité augmente, pour des courants de choc de courte durée traversant le fil induit d'une bobine d'induction, lorsqu'on ferme le fil primaire. Toutefois on s'explique aisément ce fait en envisageant les équations qui déterminent les intensités des courants des deux fils, savoir, avec des désignations analogues aux ci-dessus:

$$ri = E - B \frac{di}{dt} - A \frac{di_1}{dt},$$

$$r_1 i_1 = -A \frac{di}{dt} - B_1 \frac{di_1}{dt}.$$

L'indice 1 a trait au fil primaire. A est le coefficient mutuel d'induction des deux fils.

La première équation donne la quantité d'électricité

$$Q_1 = \frac{E}{r} t - \frac{B}{r} i - \frac{A}{r} i_1.$$

On voit par là, i_1 étant négatif, que Q_1 excède la quantité d'électricité $Q = \frac{E}{r} t - \frac{B}{r} i$ qu'on obtient lorsque le fil primaire est interrompu, et, i_1 ayant pour limite 0, à mesure que le temps augmente, que Q et Q_1 tendent à devenir égaux. Ceci concorde donc parfaitement avec les observations.

Après l'élimination respective de $\frac{di_1}{dt}$ et $\frac{di}{dt}$, on a

$$(BB_1 - A^2) \frac{di}{dt} = B_1 E - B_1 r i + A r_1 i_1,$$

$$(BB_1 - A^2) \frac{di_1}{dt} = -AE + A r i - B r_1 i_1.$$

Pour $t = 0$, $i = i_1 = 0$, par conséquent

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{B - A^2/B_1}, \quad \frac{di_1}{dt} = \frac{-AE}{BB_1 - A^2}.$$

Le fil primaire est-il interrompu, on a, pour $t = 0$, $\frac{di}{dt} = \frac{E}{B}$. $\frac{A^2}{B_1}$ s'approche sans doute de B ; alors, pour $t = 0$, $\frac{di}{dt}$ devient considérablement plus grand lorsque le fil primaire est fermé que quand il est interrompu; cela explique l'accroissement considérable de la différence pour cent entre Q_1 et Q , le temps diminuant. Si la courbe pleine de la figure, p. 367, représente l'augmentation du courant qui a lieu, si le fil primaire est interrompu, le courant croîtra à peu près comme l'indique la courbe ponctuée, si le fil primaire est fermé par une résistance faible, les deux courbes couvrant des aires égales.

La durée courte et constante du choc peut s'utiliser dans plusieurs autres mesures, par exemple, à déterminer la constante d'un galvanomètre balistique, à mesurer la capacité, à étudier les forces électromotrices (y compris la polarisation) et à comparer de grandes résistances, surtout celles qui peuvent être polarisées, avec des résistances qui peuvent être mesurées à l'aide de méthodes ordinaires. En déterminant la constante du galvanomètre, on aura à faire à la self-induction de ce dernier; elle peut être mesurée ou éliminée, lorsque, pour des chocs de même durée, on fait des mesures avec deux résistances différentes dans le circuit, la durée du choc étant supposée assez grande pour que le terme exponentiel de la quantité d'électricité puisse disparaître. D'après mes conseils, M. Walsøe, qui pendant quelque temps a travaillé dans mon laboratoire, a entrepris bon nombre de ces mesures de résistance pour essayer la méthode. La résistance de comparaison était une résistance-fil de 100000 ohms. D'abord on y compara

une résistance-charbon cotée 10^6 ohms. Ensuite on forma une résistance avec une solution de $CdCl$ dans de l'alcool amylique, placée dans un tube capillaire recourbé et dont les bouts plongeaient dans deux godets remplis d'un amalgame de cadmium; on compara cette résistance avec la résistance-charbon. Enfin on se servit de la résistance-cadmium pour la comparer avec les résistances de diverses substances isolantes.

Voici la méthode employée pour ces comparaisons. On commença par introduire dans le circuit de la pile la résistance inférieure, un condensateur en mica ainsi que le pendule et la corde. La fermeture du circuit fut établie par le pendule et répétée un nombre (n_1) convenable de fois, ce qui soumit le condensateur à la charge durant un temps $n_1\vartheta$. Puis ce condensateur fut déchargé à travers le galvanomètre balistique, dont l'arc d'impulsion est désigné par u_1 (n_1 étant choisi de façon à faciliter le mesurage de u_1). Ensuite on inséra la plus grande résistance à la place de l'autre et l'on tâtonna pour arriver au nombre d'impulsions (n) nécessaire à la décharge subséquente du condensateur, dans le but de produire en général à peu près le même arc que ci-devant; le nouvel arc fut désigné par u_2 . Puis on charge le condensateur sans résistance et pendant un temps assez long pour parfaire la charge. L'arc du galvanomètre produit par la décharge faite après cela, est appelé u_0 .

Soit C la capacité du condensateur, E la force électromotrice de la pile et Q la quantité d'électricité reçue par le condensateur chargé durant un temps t à travers la résistance R , on a

$$R = \frac{t}{C} : \log \text{nat} \frac{E \cdot C}{E \cdot C - Q}.$$

Ici $E \cdot C$ est égal à la quantité d'électricité reçue quand la charge est complète. Dans l'une de ces mesures, Q/EC devient égal à u_1/u_0 , dans l'autre à u_2/u_0 , t devenant respectivement $n_1\vartheta$ et $n_2\vartheta$.

C était de 1 microfarad. Pour $R = 100000$, $E = 1$ Daniell, 1 impulsion donna $u = 48^{\text{mm}},2$, 2 impulsions donnèrent $u = 66^{\text{mm}},2$; 25 impulsions à travers la résistance-charbon donnèrent $u = 66^{\text{mm}},1$, par conséquent la valeur de $1,25 \cdot 10^6$ ohms. La résistance-cadmium donna, pour $E = 1$ Daniell et 64 impulsions, $u = 11^{\text{mm}},2$, à quoi correspond une résistance de $40 \cdot 10^6$ ohms. En opérant avec cette dernière résistance on renversa le courant après chaque choc pour arrêter la polarisation. L'emploi d'électrodes en amalgame de cadmium n'a pas empêché cette polarisation, comme on le voit par le fait que, mesurant la résistance par l'envoi dans le condensateur, durant 30 secondes, d'un courant continu à travers ladite résistance, on obtint une valeur de $45 \cdot 10^6$, considérablement supérieure à celle qu'avaient donnée les contacts par choc. Elle-même la résistance-charbon donna signe de polarisation, car, traversée par une série de courants par choc ayant tous la même direction, elle donna des arcs un peu plus petits que pour le même nombre de courants alternatifs. En général la méthode s'adapte bien au mesurage des grandes résistances que polarise le courant, à condition qu'on s'arrange de manière à renverser le courant et que le nombre des chocs soit pair; ainsi on lance à peu près les mêmes quantités d'électricité dans les deux sens à travers la résistance. La résistance-cadmium ainsi mesurée sert à mesurer, à l'aide de 110 volts (électricité de l'éclairage de Copenhague), des résistances atteignant $22000 \cdot 10^6$ ohms.

Dans plusieurs des mesures ci-dessus mentionnées, il faut connaître la durée ϑ du choc. On peut trouver cette durée par calcul en donnant au pendule une forme telle qu'après en avoir pris les dimensions on calcule les valeurs introduites dans l'expression de ϑ . Toutefois on peut aussi trouver cette durée par observation directe; car on a constaté que le pendule peut faire sans interruption plusieurs centaines d'oscillations, s'il heurte la corde, en sorte que la durée de l'oscillation $T = t + \vartheta$ peut se déterminer avec une approximation satisfaisante, pourvu

que, dans la position verticale, le pendule touche la corde sans exercer de pression sur elle, condition requise pour que les deux durées t et ϑ aient les valeurs indiquées p. 362. Or, si l'on mesure aussi la durée t des oscillations du pendule libre, on obtient $\vartheta = T - t$.

J'ai effectué de pareilles déterminations de durée et utilisé leurs résultats dans ce qui précède; mais l'état provisoire des appareils avec lesquels j'ai opéré jusqu'ici, ne m'a pas permis de mesurer le temps ϑ avec le degré d'exactitude dont, suivant ma conviction, la méthode est susceptible et que j'attends de l'appareil à choc actuellement en construction.